# Corrigé du devoir de mécanique N°2

## Exercice 1 : Piste de dragster

**1.1-** La première phase étant uniformément accélérée, on a : $D_1 = \frac{V_f + V_i}{2}.T_1$

Avec : $V_f$ : La vitesse à la fin de la phase : $V_f = V_{arrivée}$

$V_i$ : La vitesse au début de la phase : $V_i = 0$

Donc : $D_1 = \frac{V_{arrivée}}{2.T_1}$ Soit : $\mathbf{V_{arrivée} = \frac{2.D_1}{T_1} = \frac{2 \times 400}{9,5} = 84,2\ m.s^{-2} = 303\ km/h}$

**1.2-** La première phase étant uniformément accélérée, on a : $V_f - V_i = \gamma_1.T_1$

Avec : $V_f$ : La vitesse à la fin de la phase : $V_f = V_{arrivée}$

$V_i$ : La vitesse au début de la phase : $V_i = 0$

Donc : $V_{arrivée} - 0 = \gamma_1.T_1$ Soit : $\mathbf{\gamma_1 = \frac{V_{arrivée}}{T_1} = \frac{84,2}{9,5} = 8,86\ m.s^{-2}}$

**1.3-** Cette phase étant uniformément accélérée, on a : $V_f - V_i = \gamma_2.T_2$

Avec : $V_f$ : La vitesse à la fin de la phase : $V_f = V_{max}$

$V_i$ : La vitesse au début de la phase : $V_i = 0$

Donc : $\mathbf{V_{max} = \gamma_2.T_2 = 9 \times 11 = 99\ m.s^{-1} = 356\ km/h}$

De même, cette phase étant uniformément accélérée, on a également : $D_2 = \frac{V_f + V_i}{2}.T_2$

Avec : $V_f$ : La vitesse à la fin de la phase : $V_f = V_{max}$

$V_i$ : La vitesse au début de la phase : $V_i = 0$

Donc : $\mathbf{D_2 = \frac{V_{max}}{2}.T_2 = \frac{99}{2}.11 = 545\ m}$

**1.4-** La phase de freinage étant uniformément décélérée, on a : $D_3 = \frac{V_f^2 - V_i^2}{2.\gamma_3}$

Avec : $V_f$ : La vitesse à la fin de la phase : $V_f = 0$

$V_i$ : La vitesse au début de la phase : $V_i = V_{max}$

Donc : $\mathbf{D_3 = \frac{0 - V_{max}^2}{2.\gamma_3} = \frac{-\left(\frac{350}{3,6}\right)^2}{2.(-3)} = \frac{-97,2^2}{-6} = 1575\ m}$

**1.5-** La longueur nécessaire de la piste de dragster est donc de :

$$\mathbf{L = D_2 + D_3 = 545 + 1575 = 2120\ m}$$

## Exercice 2 : Grue de chantier

**2.1-** Une fois lancé le mouvement de rotation de la grue est uniforme. Donc si on pose pour un mouvement $\Delta\theta$ l'angle parcouru et T la durée de cette rotation à la vitesse de $\omega_{max}$ on a : $\Delta\theta = \omega_{max} . T$

Une fois lancé un tour se faisant en 15s on a : $\boldsymbol{\omega_{max} = \frac{\Delta\theta}{T} = \frac{2.\pi}{15} = 0,419\ rad.s^{-1}.}$

**2.2-** La phase de démarrage étant uniformément accélérée, on a : $\omega_f - \omega_i = \ddot{\theta}_1.T_1$

Avec : $\omega_f$ : La vitesse à la fin de la phase : $\omega_f = \omega_{max}$

$\omega_i$ : La vitesse au début de la phase : $\omega_i = 0$

Donc : $\ddot{\theta}_1 = \frac{\omega_f - \omega_i}{T_1}$ Soit : $\boldsymbol{\ddot{\theta}_1 = \frac{\omega_{max}}{T_1} = \frac{0,419}{3} = 0,140\ rad.s^{-2}}$

De même, la phase de démarrage étant uniformément accélérée, on a : $\Delta\theta_1 = \frac{\omega_f + \omega_i}{2}.T_1$

Avec : $\omega_f$ : La vitesse à la fin de la phase : $\omega_f = \omega_{max}$

$\omega_i$ : La vitesse au début de la phase : $\omega_i = 0$

Donc : $\boldsymbol{\Delta\theta_1 = \frac{\omega_f + \omega_i}{2} . T_1 = \frac{\omega_{max}}{2} . T_1 = \frac{0,419}{2} \times 3 = 0,6285\ rad}$

**2.3-** Le mouvement de rotation de 180° = π rad est la somme des trois angles parcourus sur les trois phases. On a donc : $\pi = \Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 + \Delta\theta_3$ Ayant : $\Delta\theta_1 = \Delta\theta_3$

On en déduit : $\boldsymbol{\Delta\theta_2 = \pi - 2. \Delta\theta_1 = \pi - 2 \times 0,6285 = 1,88\ rad.}$

**2.4-** La deuxième phase s'effectuant à vitesse constante de $\omega_{max}$ on a : $\Delta\theta_2 = \omega_{max} . T_2$

Soit : $\boldsymbol{T_2 = \frac{\Delta\theta_2}{\omega_{max}} = \frac{1,88}{0,419} = 4,49\ s}$

D'où la durée totale du mouvement : $\boldsymbol{T = T_1 + T_2 + T_3 = 3 + 4,49 + 3 = 10,49\ s}$

## Exercice 3 : Amortissement de vérin

**3.1-** La liaison entre le corps 1 et la tige 2 étant une liaison pivot glissant d'axe parallèle à $\overrightarrow{Y}$, L'action du corps 1 sur la tige 2 peut donc se modéliser par une force $\overrightarrow{F_{1/2}}$ de direction $\overrightarrow{X}$ donc horizontale plus un couple $\overrightarrow{C_{0/1}}$.

**3.2-** La vitesse de la tige est verticale, donc le vecteur accélération $\overrightarrow{\Gamma_G}$ est vertical. La vitesse est orientée vers le bas et on a une décélération donc le vecteur accélération $\overrightarrow{\Gamma_G}$ est vers le haut.

On en déduit les coordonnées du vecteur accélération sont : $\overrightarrow{\Gamma_G} \left| \begin{array}{c} 0 \\ 4,5\ m.s^{-2} \\ 0 \end{array} \right.$

**3.3-** On isole l'ensemble {tige 2 + charge 3} les actions mécaniques extérieures sont :

- Action du corps 1 sur la tige 2 : Force horizontale $\overrightarrow{F_{1/2}}$ + couple $\overrightarrow{C_{0/1}}$
- Action de l'huile sous pression : Force $\overrightarrow{F_{h/2}}$ de support parallèle à $\overrightarrow{Y}$ vers le haut.
- Poids de la charge 3 : Force $\overrightarrow{P}$ de support (G, $\overrightarrow{Y}$) vers le bas et de module m.g.

Les coordonnées de ces forces sont donc : $\overrightarrow{F_{1/2}}\begin{vmatrix} X_{1/2} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ $\overrightarrow{F_{h/2}}\begin{vmatrix} 0 \\ \|\overrightarrow{F_{h/2}}\| \\ 0 \end{vmatrix}$ et : $\overrightarrow{P}\begin{vmatrix} 0 \\ -m.g \\ 0 \end{vmatrix}$

Le théorème de la résultante du principe fondamental de la dynamique permet d'affirmer que :

$\overrightarrow{F_{1/2}} + \overrightarrow{F_{h/2}} + \overrightarrow{P} = m.\ \overrightarrow{\Gamma_G}$ Soit en projection sur l'axe $\overrightarrow{Y}$ : $0 + \|\overrightarrow{F_{h/2}}\| - m.g = m.\gamma$

On en déduit : $\mathbf{\|\overrightarrow{F_{h/2}}\| = m\ .\ (\ \gamma + g\ ) = 3\ 000\ .\ (\ 4{,}5 + 9{,}81\ ) = 42\ 930\ N}$

**3.4-** L'action de pression de l'huile sur la tige 2 étant une action de pression on a :

$$p = \frac{\|\overrightarrow{F_{h/2}}\|}{S} \qquad \text{avec : } S = \frac{\pi.(D^2 - d^2)}{4}$$

On en déduit : $\mathbf{p = \dfrac{4.\|\overrightarrow{F_{h/2}}\|}{\pi.\ (\ D^2 - d^2\ )} = \dfrac{4 \times 42\ 930}{\pi\ .\ (\ 60^2 - 40^2\ )} = 27{,}3\ Mpa = 273\ b}$

---

## Exercice 3 : Accélération d'une moto

**4.1-** Si on isole la roue avant, elle est soumise à deux actions : La force du sol sur la roue appliquée en B (car liaison ponctuelle non parfaite) et la force de la moto sur la roue appliquée au centre de la roue (car liaison pivot parfaite).

Ce système étant soumis à deux forces et comme on en néglige l'inertie, ces deux forces ont même support la droite passant par le point de contact avec le sol et le centre de la roue (droite verticale) **La force en B : $\overrightarrow{F_B}$ est donc verticale**.

**4.2-** On isole la moto avec le motard, ce système est soumis à trois actions extérieures :

- La force du sol sur la roue avant : $\overrightarrow{F_B}\begin{vmatrix} 0 \\ \|\overrightarrow{F_B}\| \\ 0 \end{vmatrix}$ - La force du sol sur la roue arrière : $\overrightarrow{F_A}\begin{vmatrix} X_A \\ Y_A \\ 0 \end{vmatrix}$

Le poids : $\overrightarrow{P}\begin{vmatrix} 0 \\ -3430\ N \\ 0 \end{vmatrix}$

**<u>Exprimons les torseurs de ces actions en G</u>**

$$\mathbf{\{T(\overrightarrow{P})\} = {}_G\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -3430 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}}$$

$$\{T(\overrightarrow{F_A})\} = {}_G\begin{Bmatrix} \overrightarrow{F_A} \\ \\ \overrightarrow{GA}\wedge\overrightarrow{F_A} \end{Bmatrix} \quad \text{Or: } \overrightarrow{GA}\begin{vmatrix} -0{,}46\ m \\ -0{,}58\ m \\ 0 \end{vmatrix} \quad \overrightarrow{F_A}\begin{vmatrix} X_A \\ Y_A \\ 0 \end{vmatrix} \qquad \text{Donc : } \mathbf{\{T(\overrightarrow{F_A})\} = {}_A\begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ 0 & 0{,}58.X_A - 0{,}46.Y_A \end{Bmatrix}}$$

$$\{T(\overrightarrow{F_B})\} = {}_G\begin{Bmatrix} \overrightarrow{F_B} \\ \\ \overrightarrow{GB}\wedge\overrightarrow{F_B} \end{Bmatrix} \quad \text{Or: } \overrightarrow{GB}\begin{vmatrix} 1{,}18\ m \\ -0{,}58\ m \\ 0 \end{vmatrix} \quad \overrightarrow{F_B}\begin{vmatrix} 0 \\ \|\overrightarrow{F_B}\| \\ 0 \end{vmatrix} \qquad \text{Donc: } \mathbf{\{T(\overrightarrow{F_B})\} = {}_G\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \|\overrightarrow{F_B}\| & 0 \\ 0 & 1{,}18.\|\overrightarrow{F_B}\| \end{Bmatrix}}$$

**Exprimons le torseur dynamique en G**

Le mouvement étant un mouvement de translation rectiligne: $\{D(S/R_0)\} = {}_G\begin{Bmatrix} m.\overrightarrow{\Gamma_G} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

Le vecteur accélération est horizontal vers la droite car le mouvement est un mouvement de translation rectiligne uniformément accéléré vers la droite. soit : $\overrightarrow{\Gamma_G} \begin{vmatrix} 5 \text{ m.s}^{-2} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ . De plus m = 350 kg.

On en déduit : $\mathbf{\{D(S/R_0)\}} = {}_G\begin{Bmatrix} \mathbf{5 \times 350 = 1750\ N} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{Bmatrix}$

**<u>L'application du PFD donne :</u>** $\{T(\vec{P})\} + \{T(\overrightarrow{F_A})\} + \{T(\overrightarrow{F_B})\} = \{D(S/R_0)\}$

Soit trois équations : $\begin{vmatrix} X_A = 1750 \text{ N} \\ Y_A + \|\overrightarrow{F_B}\| - 3430 = 0 \\ 0{,}58X_A - 0{,}46Y_A + 1{,}18\|\overrightarrow{F_B}\| = 0 \end{vmatrix}$ Après résolution : $\begin{vmatrix} \mathbf{X_A = 1750\ N} \\ \mathbf{Y_A = 3087\ N} \\ \mathbf{\|\overrightarrow{F_B}\| = 343\ N} \end{vmatrix}$

**4.3-** Dans le cas où la roue avant se soulève la force $\overrightarrow{F_B}$ devient nulle.

**4.4-** Dans ce cas: - La forme des torseurs du poids et de $\overrightarrow{F_A}$ ne change pas

- Le torseur de la force $\overrightarrow{F_B}$ devient nul

- Le torseur dynamique devient: $\mathbf{\{D(S/R_0)\}} = {}_G\begin{Bmatrix} \mathbf{350.\gamma_2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{Bmatrix}$

On a toujours : $\{T(\vec{P})\} + \{T(\overrightarrow{F_A})\} + \{T(\overrightarrow{F_B})\} = \{D(S/R_0)\}$

Ce qui donne les trois équations suivante : $\begin{vmatrix} X_A = 350.\gamma_2 \\ Y_A - 3430 = 0 \\ 0{,}58.X_A - 0{,}46.Y_A = 0 \end{vmatrix}$ Soit : $\begin{vmatrix} X_A = 2720 \text{ N} \\ Y_A = 3430 \text{ N} \\ \gamma_2 = 7{,}77 \text{ m.s}^{-2} \end{vmatrix}$

Pour que la roue avant se soulève, il faut donc une accélération de $\boldsymbol{\gamma_2 = 7{,}77}$ **m.s**$^{\mathbf{-2}}$