Devoir de mécanique N°3

Exercice 1 : Micro fusée

1.1- La première phase est un mouvement uniformément varié donc $V_f - V_i = \gamma_1.T_1$.

Or ici $V_i = 0$ car la fusée est lancée avec une vitesse initiale nulle et $V_f = V_1$ donc :

$$\boxed{\mathbf{V_1 = \gamma_1.T_1 = 20 \times 5 = 100\ m.s^{-1}}}$$

1.2- La hauteur h_1 atteinte au moment de l'extinction du moteur est la distance parcourue par la fusée sur la 1ière phase. Or cette phase étant un mouvement uniformément varié on a : $h_1 = \frac{V_f + V_i}{2} T_1$

Or ici $V_i = 0$ car la fusée est lancée avec une vitesse initiale nulle et $V_f = V_1$ donc :

$$\boxed{\mathbf{h_1 = \frac{V_1 . T_1}{2} = \frac{100 \times 5}{2} = 250\ m}}$$

1.3- La deuxième phase est un mouvement uniformément varié donc $V_f - V_i = \gamma_2.T_2$.

Or ici $V_f = 0$ car lorsque la fusée atteint son point culminant sa vitesse est nulle et $V_i = V_1$ donc :

$$\boxed{\mathbf{T_2 = \frac{-V_1}{\gamma_2} = \frac{-100}{-10} = 10\ s}}$$

1.4- L'altitude atteinte par la fusée est la somme des distances h_1 et h_2 parcourues sur les deux phases du mouvement.

Or la deuxième phase est un mouvement uniformément varié on a donc $h_2 = \frac{V_f + V_i}{2} T_2$

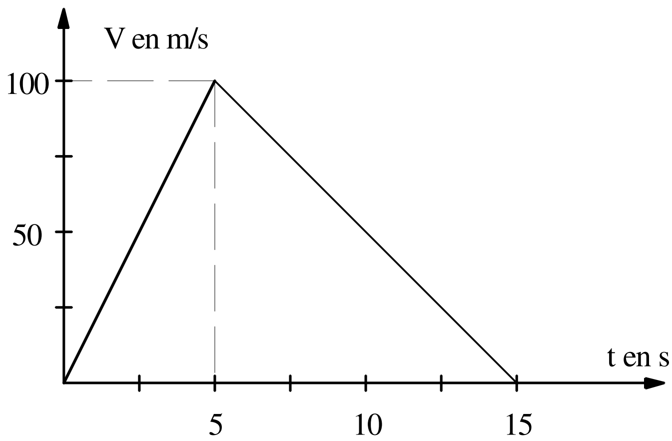
avec $V_f = 0$ car lorsque la fusée atteint son point culminant sa vitesse est nulle et $V_i = V_1$ donc :

$$\boxed{\mathbf{h = h_1 + \frac{V_1 . T_2}{2} = 250 + \frac{100 \times 10}{2} = 750\ m}}$$

1.5- Les deux phases sont des mouvements uniformément variés, donc les courbes de la vitesse en fonction du temps sont des segments de droites.

1ière phase : Variation de 0 à 100 m/s en 5 secondes. Donc la courbe est le segment passant par les points (0,0) et (5,100) .

2ième phase : Variation de 100 à 0 m/s en 10 secondes. Donc la courbe est le segment passant par les points (5,100) et (15,0)



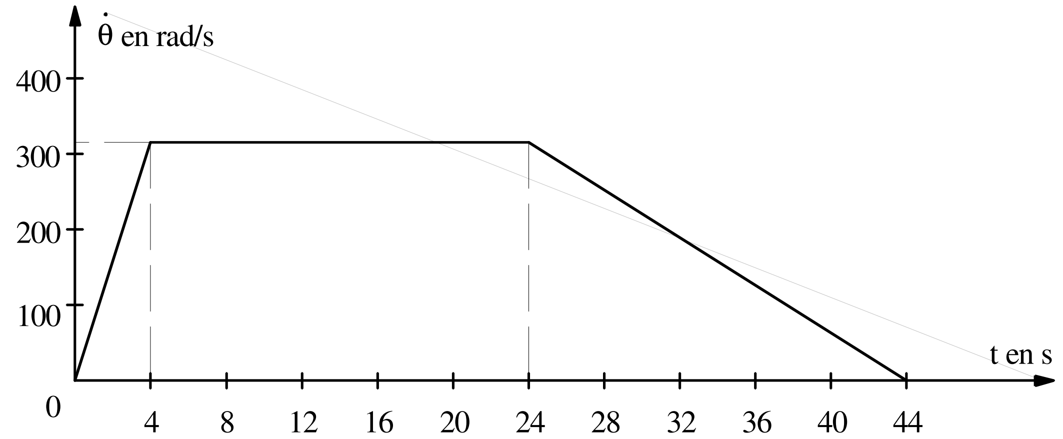
Les accélérations γ_1 et γ_2 sont les variations de la vitesse. Sur ce diagramme, les accélérations représentent donc les pentes des droites.

Exercice 2 : Touret à meuler

2.1- Ce mouvement comporte trois phases :
- 1ière phase : Uniformément accélérée
- 2ième phase : Vitesse uniforme
- 3ième phase : Uniformément décélérée

2.2- La vitesse de rotation maximale est de 3000 tr/min. On a donc: $\dot{\theta}_{max} = \dfrac{3000 \text{ x } 2.\pi}{60} = 314 \text{ rad.s}^{-1}$

On en déduit :



2.3- La première phase étant uniformément accélérée, on a : $\dot{\theta}_f - \dot{\theta}_i = \ddot{\theta}_1.T_1$

Avec : $\dot{\theta}_f$: La vitesse à la fin de la phase : $\dot{\theta}_f = \dot{\theta}_{max}$ et $\dot{\theta}_i$: La vitesse au début de la phase : $\dot{\theta}_i = 0$

Donc : $\dot{\theta}_{max} = \ddot{\theta}_1.T_1$ Soit : $\mathbf{\ddot{\theta}_1 = \dfrac{\dot{\theta}_{max}}{T_1} = \dfrac{314}{4} = 78{,}5 \text{ rad.s}^{-2}}$

2.4- La première phase étant uniformément accélérée, on a : $\Delta\theta_1 = \dfrac{\dot{\theta}_f^2 - \dot{\theta}_i^2}{2.\ddot{\theta}_1}$

Avec : $\dot{\theta}_f$: La vitesse à la fin de la phase : $\dot{\theta}_f = \dot{\theta}_{max}$ et $\dot{\theta}_i$: La vitesse au début de la phase : $\dot{\theta}_i = 0$

Donc : $\mathbf{\Delta\theta_1 = \dfrac{\dot{\theta}_{max}^2}{2.\ddot{\theta}_1} = \dfrac{314^2}{2 \text{ x } 78{,}5} = 628 \text{ rad}}$ $\mathbf{n_1 = \dfrac{\Delta\theta_1}{2.\pi} = 100 \text{ tr}}$

2.5- la deuxième phase étant uniforme, on a :

$\mathbf{\Delta\theta_2 = \dot{\theta}_2.T_2 = 314 \text{ x } 20 = 6280 \text{ rad}}$ $\mathbf{n_2 = \dfrac{\Delta\theta_2}{2.\pi} = 1\ 000 \text{ tr}}$

2.6- La troisième phase étant uniformément décélérée, on a : $\dot{\theta}_f - \dot{\theta}_i = \ddot{\theta}_3.T_3$

Avec : $\dot{\theta}_f$: La vitesse à la fin de la phase : $\dot{\theta}_f = 0$ et $\dot{\theta}_i$: La vitesse au début de la phase : $\dot{\theta}_i = \dot{\theta}_{max}$

Donc : $0 - \dot{\theta}_{max} = \ddot{\theta}_3.T_3$ Soit : $\mathbf{\ddot{\theta}_3 = \dfrac{-\dot{\theta}_{max}}{T_3} = \dfrac{-314}{20} = -15{,}7 \text{ rad.s}^{-2}}$

2.7- La troisième phase étant uniformément décélérée, on a : $\Delta\theta_3 = \dfrac{\dot{\theta}_f^2 - \dot{\theta}_i^2}{2.\ddot{\theta}_3}$

Avec : $\dot{\theta}_f$: La vitesse à la fin de la phase : $\dot{\theta}_f = 0$ et $\dot{\theta}_i$: La vitesse au début de la phase : $\dot{\theta}_i = \dot{\theta}_{max}$

Donc : $\mathbf{\Delta\theta_3 = \dfrac{-\dot{\theta}_{max}^2}{2.\ddot{\theta}_3} = \dfrac{-314^2}{2.(-15{,}7)} = 3140 \text{ rad}}$ $\mathbf{n_3 = \dfrac{\Delta\theta_3}{2.\pi} = 500 \text{ tr}}$

2.8- $\mathbf{n = n_1 + n_2 + n_3 = 100 + 1\ 000 + 500 = 1\ 600 \text{ tr}}$

Exercice 3 : Avion au décollage

3.1- Direction de $\overrightarrow{F_{2/3}}$

On isole le fil 2 , les actions extérieures s'appliquant sur ce fil sont :

- Une action de l'avion sur le fil : Force $\overrightarrow{F_{1/2}}$ appliquée en C
- Une action de la bille 3 sur le fil : Force $\overrightarrow{F_{3/2}}$ appliquée en G_b

Ce système est soumis à deux forces et on en néglige l'inertie (il peut donc être considéré en équilibre) Ces deux forces sont donc opposées et ont même support la droite (G_bC).

Du principe des actions mutuelles ont en déduit que $\overrightarrow{F_{3/2}}$ et $\overrightarrow{F_{2/3}}$ ont même support : la droite (G_bC).

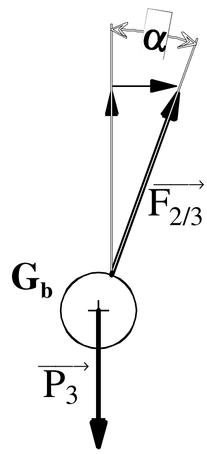
Par conséquent l'action du fil 2 sur la bille 3 est une force $\overrightarrow{F_{2/3}}$ de support la droite (G_bC).

3.2- Accélération de l'avion

On isole la bille 3 , les actions extérieures s'appliquant sur cette bille sont :

- Le poids de la bille : Force $\overrightarrow{P_3}$ verticale vers le bas appliquée en G_b et de module $\|\overrightarrow{P_3}\| = m.g$
- Une action du fil 2 sur la bille 3 : Force $\overrightarrow{F_{2/3}}$ de support la droite (G_bC).

Coordonnées de ces forces : $\overrightarrow{P_3}\left|\begin{array}{c} 0 \\ -m.g \\ 0 \end{array}\right.$ $\quad \overrightarrow{F_{2/3}}\left|\begin{array}{c} \|\overrightarrow{F_{2/3}}\|.\sin\alpha \\ \|\overrightarrow{F_{2/3}}\|.\cos\alpha \\ 0 \end{array}\right.$



Coordonnées du vecteur accélération

Les vitesses de l'avion et de la bille par rapport au sol sont horizontales vers la droite. L'avion et la bille étant en accélération, les accélérations de cet avion et de cette bille sont horizontales vers la droite.

D'où les coordonnées du vecteur accélération de la bille $\overrightarrow{\Gamma_{Gb}}\left|\begin{array}{c} \gamma \\ 0 \\ 0 \end{array}\right.$

D'après le théorème de la résultante du principe fondamentale de la dynamique :

$\overrightarrow{P_3} + \overrightarrow{F_{2/3}} = m.\,\overrightarrow{\Gamma_{Gb}}$ $\qquad$ On en déduit les équations : $\left|\begin{array}{c} \|\overrightarrow{F_{2/3}}\|.\sin\alpha = m.\gamma \\ -\,m.g + \|\overrightarrow{F_{2/3}}\|.\cos\alpha = 0 \end{array}\right.$

On en déduit : $\|\overrightarrow{F_{2/3}}\| = \dfrac{m.g}{\cos\alpha}$ $\qquad$ et : $\qquad$ $\boldsymbol{\gamma = g.\tan\alpha = 9{,}81.\tan 18 = 3{,}19\ m.s^{-2}}$

3.3- Masse de l'avion

On isole l'avion 1 (avec la bille) , les actions extérieures s'appliquant sur cet avion sont :

- Le poids de l'avion : Force $\overrightarrow{P_1}$ verticale vers le bas appliquée en G_b et de module $\|\overrightarrow{P_1}\| = M.g$
- Les actions du sol sur les trains avant et arrière : Forces $\overrightarrow{F_A}$ et $\overrightarrow{F_B}$ verticales
- La poussée des réacteurs : Force $\overrightarrow{F_R}$ horizontale vers la droite de module $\|\overrightarrow{F_R}\| = 240\,000$ N

Coordonnées de ces forces : $\overrightarrow{P_1}\left|\begin{array}{c} 0 \\ -\,M.g \\ 0 \end{array}\right.$ $\quad \overrightarrow{F_A}\left|\begin{array}{c} 0 \\ \|\overrightarrow{F_A}\| \\ 0 \end{array}\right.$ $\quad \overrightarrow{F_B}\left|\begin{array}{c} 0 \\ \|\overrightarrow{F_B}\| \\ 0 \end{array}\right.$ $\quad \overrightarrow{F_R}\left|\begin{array}{c} 240\,000\text{ N} \\ 0 \\ 0 \end{array}\right.$

Coordonnées du vecteur accélération de l'avion : $\overrightarrow{\Gamma_{Ga}} \left| \begin{array}{c} 3{,}2\ m.s^{-2} \\ 0 \\ 0 \end{array} \right.$ (Justification voir question 1.2)

D'après le théorème de la résultante du principe fondamentale de la dynamique :

$\overrightarrow{P_I} + \overrightarrow{F_A} + \overrightarrow{F_B} + \overrightarrow{F_R} = M.\overrightarrow{\Gamma_{Ga}}$ Soit en projection sur l'axe $\overrightarrow{X}$: $240\ 000 = M \times 3{,}2$

Donc : $\mathbf{M = \dfrac{240\ 000}{3{,}2} = 75\ 000\ kg = 75\ tonnes}$

Exercice 4 : Chargeur sur pneus

4.1- Si l'engin bascule vers l'avant l'action du sol sur la roue arrière devient nulle.

4.2- On isole l'engin avec le godet les actions extérieures sont :

- Poids de l'ensemble : Force $\overrightarrow{P}$ de support $(G, \overrightarrow{Y})$, vers le bas, et de module m.g = 95 160 N
- Action du sol sur la roue avant : Force $\overrightarrow{F_O}$ appliquée en O

Exprimons les torseurs de ces actions en O

$\{T(\overrightarrow{F_O})\} = {}_G\left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{F_O} \\ \\ \overrightarrow{GO} \wedge \overrightarrow{F_O} \end{array} \right\}$ Or : $\overrightarrow{GO} \left| \begin{array}{c} 1 \\ -2{,}44 \\ 0 \end{array} \right.$ Et : $\overrightarrow{P} \left| \begin{array}{c} X_0 \\ Y_0 \\ 0 \end{array} \right.$ Donc : $\mathbf{\{T(\overrightarrow{F_O})\} = {}_G\left\{ \begin{array}{cc} X_0 & 0 \\ Y_0 & 0 \\ 0 & Y_0 + 2{,}44.X_0 \end{array} \right\}}$

$\{T(\overrightarrow{P})\} = {}_G\left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{P} \\ \\ \vec{0} \end{array} \right\}$ Or : $\overrightarrow{P} \left| \begin{array}{c} 0 \\ -9\ 700 \times 9{,}81 = -95\ 160\ N \\ 0 \end{array} \right.$ Donc : $\mathbf{\{T(\overrightarrow{P})\} = {}_G\left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -95\ 160\ N & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}}$

Exprimons le torseur dynamique en G

Le mouvement est une translation rectiligne horizontal vers la droite. Donc le vecteur vitesse du centre de gravité G est horizontal vers la droite. Le mouvement est décéléré, donc le vecteur accélération $\overrightarrow{\Gamma_G}$ du centre de gravité G est horizontal vers la gauche

On en déduit les coordonnées du vecteur accélération du centre de gravité G : $\overrightarrow{\Gamma_G} \left| \begin{array}{c} -\gamma \\ 0 \\ 0 \end{array} \right.$

Or : $\{D(S/R_0)\} = {}_G\left\{ \begin{array}{c} m.\overrightarrow{\Gamma_G} \\ \\ \vec{0} \end{array} \right\}$ Donc : $\mathbf{\{D(S/R_0)\} = {}_G\left\{ \begin{array}{cc} -m.\gamma & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}}$

L'application du principe fondamental de la dynamique donne : $\{T(\overrightarrow{F_O})\} + \{T(\overrightarrow{P})\} = \{D(S/R_0)\}$

D'où : $\left| \begin{array}{c} X_O = -m.\gamma \\ Y_O - 95\ 160 = 0 \\ Y_0 + 2{,}44.X_0 = 0 \end{array} \right|$ Soit après résolution : $\left| \begin{array}{c} \gamma = 4{,}02\ m/s^2 \\ X_O = -39\ 000\ N \\ Y_O = 95\ 160\ N \end{array} \right|$

Le basculement de l'engin se produit donc pour une décélération de $\gamma = 4{,}02\ m.s^{-2}$